**第6节 概率与期望（解析版）**

第三章 数学问题
本题库配套信息学奥赛一本通（初赛真题解析）第143页-第144页真题在线评测。
本套题目共5题，满分25分，配合书本学习，事半功倍。

您的姓名： [填空题] \*

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

一、单项选择和填空题（共5题，每题5分，共计25分;每题有且仅有一个正确选项）

1.小明要去南美洲旅游，一共乘坐三趟航班才能到达目的地，其中第1 个航班准点的概率是0.9，第2 个航班准点的概率为0.8, 第3 个航班准点的概率为0.9。如果存在第i 个(i=1,2)航班晚点，第i+1 个航班准点，则小明将赶不上第i+1 个航班，旅行失败；除了这种情况，其他情况下旅行都能成功。请问小明此次旅行成功的概率是（）。 [单选题] \*

|  |
| --- |
| A. 0.5 |
| B. 0.648 |
| C. 0.72 |
| D. 0.74(正确答案) |

**答案解析：**统计各种情况的概率，然后加起来。也可以采用扣除法，即 1 - (0.1 \* 0.8) - (0.2 \* 0.9) = 0.74。

2.欢乐喷球：儿童游乐场有个游戏叫“欢乐喷球”，正方形场地中心能不断喷出彩色乒乓球，以场地中心为圆心还有一个圆形轨道，轨道上有一列小火车在匀速运动，火车有六节车厢。假设乒乓球等概率落到正方形场地的每个地点，包括火车车厢。小朋友玩这个游戏时，只能坐在同一个火车车厢里，可以在自己的车厢里捡落在该车厢内的所有乒乓球，每个人每次游戏有三分钟时间，则一个小朋友独自玩一次游戏期望可以得到（）个乒乓球。假设乒乓球喷出的速度为2 个/秒，每节车厢的面积是整个场地面积的1/20。 [单选题] \*

|  |
| --- |
| A. 60 |
| B. 108 |
| C. 18(正确答案) |
| D. 20 |

**答案解析：**答案为 180×2×120 =18 个

3.一家四口人，至少两个人生日属于同一月份的概率是（）(假定每个人生日属于每个月份的概率相同且不同人之间相互独立)。 [单选题] \*

|  |
| --- |
| A. 1/12 |
| B. 1/144 |
| C. 41/96(正确答案) |
| D. 3/4 |

**答案解析：**先计算四个人都在不同月份出生的概率为 *p*412124 =5596  ,因此，至少两个人在同一月份出生的概率为 1−5596 =4196

4.假设一台抽奖机中有红、蓝两色的球，任意时刻按下抽奖按钮，都会等概率获得红球或蓝球之一。有足够多的人每人都用这台抽奖机抽奖，假如他们的策略均为：抽中蓝球则继续抽球，抽中红球则停止。最后每个人都把自己获得的所有球放到一个大箱子里，最终大箱子里的红球与蓝球的比例接近于（）。 [单选题] \*

|  |
| --- |
| A. 1 : 2 |
| B. 2 : 1 |
| C. 1 : 3 |
| D. 1 : 1(正确答案) |

**答案解析：**设 x 为抓到红球前抓蓝球的个数，E(x)表示抓到红球前抓蓝球个数的期望。x = 0,1,2,3,4,....

*p*(0)=12 *p*(1)=(12 )2，*p*(2)=(12 )3*，p*(*n*)=(12 )*n*+1

所以期望 = 0×*p*(0)+1×*p*(1)+2×*p*(2)+...+*n*×*p*(*n*)=∑*ni*=0*i*×(12 )*i*+1

当 n 趋向于正无穷时，∑∞*i*=012^i =1 所以 E(x) 趋向于 1。

5.现有一只青蛙，初始时在n号荷叶上。当它某一时刻在k号荷叶上时，下一时刻将等概率地随机跳到1, 2, …, k号荷叶之一上，直至跳到1号荷叶为止。当n = 2时，平均一共跳2次；当n = 3时，平均一共跳2.5次。则当n = 5时，平均一共跳\_\_\_\_\_\_\_\_\_次。备注：用分数表示，例如1/2。

 [填空题] \*

空1答案：37/12

**答案解析：**假设在 k(k > 1)号荷叶上，期望需要 f(k) 次跳到 1 号荷叶。则*ƒ* (*k*)=1+1*k* ∑*ki*=1*ƒ* (*i*) ，*ƒ* (*k*)=*kk-1* (1+∑*k*−1*i*=1*ƒ* (*i*)) ,依次计算出f(1) = 0,f(2) = 2, f(3)= 52  ,f(4) = 92  ,f(5) = 3712