**第2节 排列组合（解析版）**

第三章 数学问题
本题库配套信息学奥赛一本通（初赛真题解析）第128页-第131页真题在线评测。
本套题目共15题，满分75分，配合书本学习，事半功倍。

您的姓名： [填空题] \*

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

一、单项选择和填空题（共15题，每题5分，共计75分;每题有且仅有一个正确选项）

1.有7 个一模一样的苹果，放到3 个一样的盘子中，一共有（）种放法。 [单选题] \*

|  |
| --- |
| A. 7 |
| B. 8(正确答案) |
| C. 21 |
| D. 3^7 |

**答案解析：**穷举一下，因为盘子一样，保证为了不减序列，8种放法，分别 为（0，0，7），（0，1，6），（0，2，5），（0，3，4），（1，1，5），（1，2，4），（1，3，3），（2，2，3）。

2. 甲、乙、丙三位同学选修课程，从4 门课程中，甲选修2 门，乙、丙各选修3 门，则不同的选修方案共有（）种。 [单选题] \*

|  |
| --- |
| A. 36 |
| B. 48 |
| C. 96(正确答案) |
| D. 192 |

**答案解析：**根据组合与乘法原理，四门选修课选两门的方法为 4×32 =6 种，选 3 门可视为不要一门的方案，即 4 种。由乘法原理可得答案为 6 \* 4 \* 4 = 96 种

3.设含有10 个元素的集合的全部子集数为S，其中由7 个元素组成的子集数为T，则T / S 的值为（）。 [单选题] \*

|  |
| --- |
| A. 5 / 32 |
| B. 15 / 128(正确答案) |
| C. 1 / 8 |
| D. 21 / 128 |

**答案解析：**考察排列与组合的基本知识。 10 元素的集合的子集有 210=1024 个，由 7 个元素组成的子集数有 *C*710=*C*310=120 种，故答案是 1201024 =15128

4.书架上有4本不同的书A、B、C、D。其中A和B是红皮的，C和D是黑皮的。把这4本书摆在书架上，满足所有黑皮的书都排在一起的摆法有\_\_\_\_\_种。满足 A必须比C靠左，所有红皮的书要摆放在一起，所有黑皮的书要摆放在一起，共有\_\_\_\_\_\_种摆法。 [填空题] \*

空1答案：12

空2答案：4

**答案解析：**【 1空 】首先我们将两本黑书捆绑在一起，他们是分先后的，再将它与两本红书放在一起进行全排列，得 *P*33×*p*22=12 。

【 2空 】问题规模很小，完全可以枚举，有 ABCD，BACD，ABDC，BADC 这 4 种。

5.书架上有21本书，编号从1到21，从其中选4本，其中每两本的编号都不相邻的选法一共有\_\_\_\_\_\_种。 [填空题] \*

空1答案：3060

**答案解析：**【分析】n 个元素中有 m 个元素不相邻的放法有 *Cmn*−*m*+1 。对于本题 *C*421−4+1=*C*418=3060

6.将7 个名额分给4 个不同的班级，允许有的班级没有名额，有（）种不同的分配方案。 [单选题] \*

|  |
| --- |
| A. 60 |
| B. 84 |
| C. 96 |
| D. 120(正确答案) |

**答案解析：**【分析】经典的组合数题目，采用隔板法，先给总数+4，使得题目变成 11 个人分给 4 个班，每个班至少有一个人，接下来就是直接计算答案了，总共 10 个间隔，需要选择 3 个位置放下隔板，方案数共有 *C*37+4−1=120

7.每 份考卷 都有一个 8 位二进制序列号。当且仅当一个序列号含有偶数个 1 时，它才是有效的。例如， 00000000 、 0101 0011 都是有效的序列号，而 11111110 不是。那么，有效的序列号共有 \_\_\_\_\_个。 [填空题] \*

空1答案：128

**答案解析：**282 =128

8.在NOI期间，主办单位为了欢迎来自全国各地的选手，举行了盛大的晚宴。在第十八桌，有5名大陆选手和5名港澳选手共同进膳。为了增进交流，他们决定相隔就坐，即每个大陆选手左右相邻的都是港澳选手、每个港澳选手左右相邻的都是大陆选手。那么，这一桌共有\_\_\_\_\_\_\_\_\_种不同的就坐方案。注意：如果在两个方案中，每个选手左边相邻的选手均相同，则视为同一个方案。 [填空题] \*

空1答案：2880

**答案解析：**先让大陆选手坐成一周的排列方法有 *N*1=*p*555   ,港澳选手插入到 5 个空中的排列种数有 *N*2=*p*55  ,就坐方案的总数是 *N*=*N*1×*N*2=2880

9.7个同学围坐一圈，要选2个不相邻的作为代表，有\_\_\_\_\_\_\_\_\_种不同的选法。 [填空题] \*

空1答案：14

**答案解析：**选择第一个同学共有 7 种选项，第二个同学由于不能相邻，只剩下 4 个可选，同时每对同学会被重复计算两次，因此一共有 7×42 =14

10.由数字1,1,2,4,8,8所组成的不同的四位数的个数是\_\_\_\_\_\_\_\_\_。 [填空题] \*

空1答案：102

**答案解析：**可以按照包含的数字分类讨论：包含 1248 的有 24 种，1188 的有 6  种， 11xx 一共有 *C*24×*p*23=36 种，同理 88xx 也有 36 种，合计 102 种

11.从一个4×4 的棋盘(不可旋转)中选取不在同一行也不在同一列上的两个方格，共有\_\_\_\_\_\_\_\_\_种方法。 [填空题] \*

空1答案：72

**答案解析：**先定一个棋子后，第二个棋子只能在与之不同的 3 行 3 列上选取，即有 9 种选法，由于棋子的选择没有先后顺序，每种方案都被重复计算了一次，最终结果需要除以 2。因此总方案数计算和 16×92 =72 种

12.方程 a\*b = (a or b) \* (a and b)，在 a,b 都取 [0, 31] 中的整数时，共有\_\_\_\_\_组解。(\*表示乘法；or 表示按位或运算；and 表示按位与运算) [填空题] \*

空1答案：454

**答案解析：**首先需要知道一个结论：

a and b <= min(a,b) <= max(a,b) <= a or b < 2 \* max(a,b)，那么对答案的贡献形式一定是 a and b = min(a,b) 并且 a or b = max(a,b)，那么最小值 的二进制一一字不漏是最大值二进制的子集。

枚举所有二进制可能的位数，由于要删去 a = b的重复情况，对于 i 位二进制数，答案应该为：

2×∑5*i*=0*Ci*5×2*i*=486 ,求和减去32 之后得到答案 454。

13.小陈现有2个任务A，B要完成，每个任务分别有若干步骤如下：A=a1->a2->a3，B=b1->b2->b3->b4->b5。在任何时候，小陈只能专心做某个任务的一个步骤。但是如果愿意，他可以在做完手中任务的当前步骤后，切换至另一个任务，从上次此任务第一个未做的步骤继续。每个任务的步骤顺序不能打乱，例如……a2->b2->a3->b3……是合法的，而……a2->b3->a3->b2……是不合法的。小陈从B任务的b1步骤开始做，当恰做完某个任务的某个步骤后，就停工回家吃饭了。当他回来时，只记得自己已经完成了整个任务A，其他的都忘了。试计算小陈饭前已做的可能的任务步骤序列共有\_\_\_\_\_\_\_\_\_种。 [填空题] \*

空1答案：70

**答案解析：**完成任务可能情况有 {a1,a2,a3,b1}，{a1,a2,a3,b1,b2}，{a1,a2,a3,b1,b2,b3}，{a1,a2,a3,b1,b2,b3,b4}，{a1,a2,a3,b1,b2,b3,b4,b5}，每组里面任意取出 3 个位置留给任务 A 的三个子任务，并且 b1 要放在第一个，应该是组合数，所以得到 *C*33+*C*34+*C*35+*C*36+*C*37=70

14.某个国家的钱币面值有1, 7, 72, 73共计四种，如果要用现金付清10015元的货物，假设买卖双方各种钱币的数量无限且允许找零，那么交易过程中至少需要流通\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 张钱币。 [填空题] \*

空1答案：35

**答案解析：**10015 化成 7 进制数是 41125，正常是 4×7+1=29 张 73 面额的，1 张 72 面额的，2张 7 面额的，5 张 1面额的。因为可以无限且允许找零，并要求最少流通数量。这样就把 7 进制上大于等 4 的数 a，用找零 7 - a 的方法代替，这样就能达到最少。这里 29，1，2，5 中只有 5 是大于 4 的，所以用一张大额的，并 7 - 5 找零的方法计算。这样，总数为 29 + 1 + 2 + （1 + 7 - 5） = 35 张

15.将N个红球和M个黄球排成一行。例如:N=2,M=3可得到以下6种排法:

红红黄黄黄 红黄红黄黄 红黄黄红黄 黄红红黄黄 黄红黄红黄 黄黄黄红红。

问题:当N=4,M=3时有\_\_\_\_\_\_\_\_\_种不同排法?(不用列出每种排法) [填空题] \*

空1答案：35

**答案解析：**这是一个可重复排列问题，求解方法为 (4+3)! / 4! / 3! = 35。